



GRADO EN ECONOMIA

2019/2020

TRABAJO DE FIN DE GRADO

**EL EFECTO DE UNA TERMINAL DEDICADA SOBRE
LAS RELACIONES VERTICALES ENTRE LA
AUTORIDAD PORTUARIA Y LAS TERMINALES.**

**THE EFFECT OF A DEDICATED TERMINAL ON
VERTICAL RELATIONS BETWEEN THE PORT
AUTHORITY AND TERMINALS.**

AUTOR: JOSE MARIA GOMEZ CUERVO

TUTOR: SORAYA HIDALGO GALLEGO

Lunes, 13 de julio de 2020

Índice

Resumen.....	3
Abstrac	3
1. Introducción	4
2. Funcionamiento de los puertos y las terminales	4
4.1 Terminal dedicada y algunos ejemplos	6
3. Revisión de la literatura	8
4. Modelo	12
4.1 Especificaciones básicas del modelo.....	12
4.2 Análisis del modelo.....	13
4.2.1 Escenario I: no hay terminales dedicadas	15
4.2.2 Escenario II: Con terminal dedicada.....	16
5. Discusión del modelo	17
6. Conclusión	21
7. Bibliografía	22
8. Anexo cálculos.....	24
8.1 Escenario I: Modelo básico.....	24
8.2 Escenario II: Una terminal dedicada.....	27

Índice de ilustraciones, tablas y gráficos.

Ilustración 1: Funcionamiento del land lord port.	6
Tabla 1: Revisión de la literatura.....	10
Gráfico 1: Diferencia entre q_1 dedicada y q_1 modelo básico, $a = 0,3$	18
Gráfico 2: Diferencia entre q_1 dedicada y q_1 modelo básico, $a = 0,95$	18
Gráfico 3: Diferencia entre s_1 dedicada y s_1 modelo básico.	19
Gráfico 4: Diferencia entre e_1 dedicada y e_1 modelo básico.	20
Gráfico 5: Diferencia entre q_2 dedicada y q_2 modelo básico:.....	20
Gráfico 6: Diferencia entre s_2 dedicada y s_2 modelo básico.	21
Gráfico 7: Diferencia entre e_2 dedicada y e_2 modelo básico.	21

Resumen

Debido al crecimiento en los últimos años del sector del transporte marítimo, surgen nuevas formas de gestión y nuevas formas de interactuar entre las Autoridades Portuarias, las empresas que operan en los puertos y las líneas navieras. Estas últimas, han logrado obtener la suficiente fuerza para, en algunos casos, integrar en su cadena de producción una terminal portuaria. En este trabajo tratamos de ver qué sucede con estos agentes cuando una línea naviera adquiere el control de una terminal, comprobando el efecto que produce en las cantidades ofertadas por el resto de empresas, así como en las tarifas portuarias.

Para ello, nos hemos basado en el trabajo de Kaselimi et al. (2011) en el que modelizan una situación en la que hay, dos puertos idénticos, salvo por el número de operadores multiusuario que hay en cada uno de ellos. Los puertos se encuentran compitiendo entre ellos, y a su vez, las empresas que hay en ellos, también compiten entre sí, en un modelo de competencia de Cournot.

Con los resultados del modelo de Kaselimi et al.(2011) hemos realizado una simulación del número de TOs en cada puerto, para comprobar cómo varían las cantidades ofertadas por las TOs, las tarifas de servicio, y las tarifas de navegación, cuando en el Puerto 1 una terminal pasa a ser dedicada.

Concluimos que las terminales dedicadas pueden llegar a ser beneficiosas para el entorno portuario, siempre en función del número de empresas multiusuario que operen en el puerto. En cuanto a las aportaciones de otros autores al tema de estudio y temas relacionados podemos ver que la mayoría afirma que las terminales dedicadas suelen ser siempre beneficiosas, al menos, para la industria.

Abstrac

Due to the growth in recent years of the maritime transport sector, new forms of management and new ways of interacting between Port Authorities, companies that operate in ports and shipping lines emerge. The latter have managed to obtain sufficient strength to, in some cases, integrate a port terminal into their production chain. In this work we try to see what happens to these agents when a shipping line acquires control of a terminal, checking the effect it produces on the quantities offered by other companies, as well as on port rates.

For this, we have based ourselves on the work of Kaselimi et al. (2011) in which they model a situation in which there are two identical ports, except for the number of multi-user operators that exist in each of them. The ports are competing with each other, and in turn, the companies that are in them, also compete with each other, in a Cournot competition model.

With the results of the model by Kaselimi et al. (2011), we have simulated the number of TOs in each port, to check how the quantities offered by the TOs, service fees, and navigation fees vary, when in the Port 1 a terminal becomes dedicated.

We conclude that dedicated terminals can be beneficial for the port environment, always depending on the number of multi-user companies that operate in the port. Regarding the contributions of other authors to the study topic and related topics, we can see that the majority affirm that dedicated terminals are always beneficial, at least for the industry.

1. Introducción

A lo largo de las últimas décadas hemos observado como el transporte representa una parte fundamental para el desarrollo económico. En especial, el transporte marítimo ha sufrido cambios importantes a nivel de propiedad y de gestión. El principal cambio ha sido hacia el modelo landlord, en el que la infraestructura de los puertos es propiedad del Estado, pero este, se la cede a empresas privadas para que desarrollen su actividad dentro del puerto. El organismo público que supervisa y se encarga de las concesiones de la infraestructura es la Autoridad Portuaria.

Este tipo de cambio en el modelo de gestión, junto con el gran crecimiento de las líneas navieras ha hecho que estas empiecen a llevar a cabo, en algunos casos procesos de integración vertical. Esto supone la aparición de las terminales dedicadas, que son terminales, controladas y gestionadas por la línea naviera.

El objetivo del trabajo es comprobar cómo el paso de una terminal multiusuario a una terminal dedicada afecta a los precios de las tarifas portuarias y a las cantidades que ofertan las empresas multiusuario que desarrollan su actividad en el puerto. De esta manera podremos comprobar bajo que supuestos sería interesante para un puerto y su zona de influencia la decisión de dedicar una terminal.

Para llevar a cabo el análisis nos apoyaremos en el modelo de Kaselimi et al. (2011), en el que empleando la Teoría de Juegos, analizan la situación como un juego de dos etapas en el que los jugadores son las Autoridades Portuarias de los puertos, y las operadoras multiusuario de cada uno de ellos. La primera etapa es la elección de las cantidades por parte de las TOs, y la segunda etapa la fijación de las tarifas por parte de las TOs y de las Autoridades Portuarias. El juego se resuelve por inducción hacia atrás, primero se eligen los precios tomando por dadas las cantidades. Después, una vez conocidos los precios, se elige las cantidades a ofertar.

El resto del trabajo está organizado de la siguiente manera: en la Sección 2, explicaremos el funcionamiento actual de los puertos, y las formas de gestión de estos. Además, veremos que es una terminal, y que es una terminal dedicada con algunos ejemplos. La Sección 3, es una revisión de la literatura, en el que analizamos otros trabajos relacionados con la Teoría de Juegos y los puertos, y otros enfoques diferentes al nuestro relacionados con las terminales dedicadas. En la Sección 4, desarrollaremos el modelo, así como sus resultados, y la simulación con la que sacaremos conclusiones sobre si es beneficioso la existencia de terminales dedicadas en los puertos.

2. Funcionamiento de los puertos y las terminales

Los puertos realizan una actividad de interés público, siendo una pieza fundamental del comercio internacional, que potencia la economía de los Estados y promueven el desarrollo económico de las zonas donde estos operan.

Normalmente el Estado es el que decide como debe ser el sistema portuario en cada país y establece la política de gestión de sus puertos. De esta manera, participa en las principales decisiones de gestión de los puertos como por ejemplo: tomar las decisiones relativas a las principales infraestructuras, su financiación, determinar cuáles deben de ser los servicios esenciales que deberán estar cubiertos por el puerto, y velar por el buen funcionamiento del sistema.

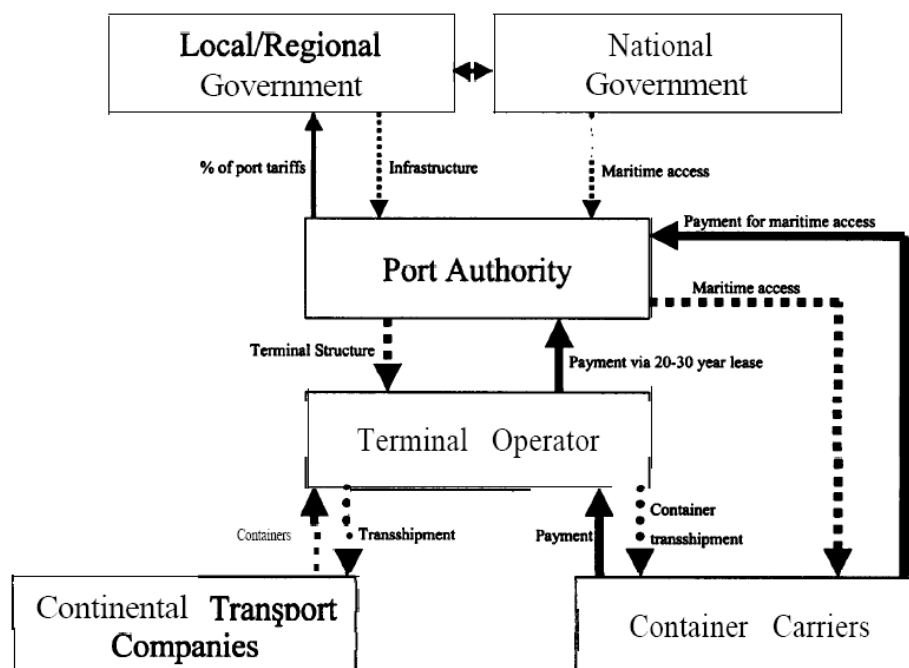
La intervención en los puertos por parte del Estado depende del país. Hay países en los que los puertos funcionan de manera casi totalmente autónoma, en las que solo se acoge a las regulaciones genéricas. En otros casos la intervención en el puerto existen organismos que gestionan completamente la política y la actividad portuaria.

En cualquiera de los casos anteriores es necesario tomar decisiones que beneficien al puerto y a su área de influencia, por lo tanto es necesario establecer alguna autoridad administrativa para llevar a cabo la política portuaria definida por el estado. Este órgano de administración, además será el encargado de llevar a cabo algunas funciones que difícilmente se pueden llevar a cabo exclusivamente por la iniciativa privada como pueden ser: disponibilidad de zonas de maniobra de grandes buques, grandes obras de infraestructura así como el dragado de los canales, o repartir el espacio del puerto entre los operadores además de coordinar las actividades que lleven a cabo los agentes portuarios.

La administración responsable de aplicar lo anteriormente abordado recibe el nombre de Autoridad Portuaria (Port Authority o Port Administration) y dependiendo del nivel de intervención de la misma podemos distinguir tres tipos de puertos (*Rua Costa, 2006*):

- El *operating port o service port* , es el tipo de puerto donde más intervención de la Autoridad Portuaria existe. Esta, además de gestionar la estructura del puerto, lleva a cabo la utilización de estos. En este caso la AP ofrece todos los servicios para el funcionamiento del puerto.
- El *tool port* es en el que la AP gestiona la infraestructura y la superestructura pesada y las empresas privadas proveen de los servicios comerciales.
- El *landlord port*, en el que la AP actúa como un órgano regulador de la actividad portuaria gestionando el espacio del puerto en régimen de concesiones a las empresas privadas que son las encargadas de desarrollar las superestructura y poner los medios de manipulación, aunque la AP es la encargada de las decisiones relativas a la utilización y disposición de las infraestructuras. Actualmente la tendencia es evolucionar hacia este tipo de gestión, en la que los servicios son cedidos a operadores privados a cambio de un canon de utilización. En la imagen 1 podemos ver el esquema del funcionamiento de este tipo de puerto.

Ilustración 1: Funcionamiento del land lord port.



Fuente: Wiegmans et al. (2002)

Una de las estructuras más importantes que hay en los puertos son las terminales, que son las instalaciones que constituyen un nexo entre el transporte marítimo y los demás modos de transporte, es decir, donde se cargan y descargan los buques. Estas están especializadas en diferentes tipos de carga, dependiendo del tipo de puerto, pueden ser: mercancía general, granel sólido, granel líquido, pasajeros, o en las que nos vamos a centrar en este trabajo; las de contenedores.

Las terminales portuarias de contenedores son una parte esencial de la cadena logística del transporte de mercancías. Estas terminales poseen ciertas características que les permiten lograr una mayor sistematización en las instalaciones que en las instalaciones de otro tipo de mercancías, como por ejemplo, la estandarización del método de transporte, el contenedor, y la estandarización en la forma de manipulación de la mercancía. Sin embargo estas terminales son sistemas dinámicos afectados por muchos parámetros independientes, lo que dificulta su gestión y planificación (Rua Costa, 2006). Una característica de este tipo de terminales es que son cada vez más intensivas en capital, y dependiendo el puerto, más especializadas, de modo que han adquirido un protagonismo a la hora de elección del puerto, ya que esta especialización permite fijar menores precios, así como menores tiempos de espera (UNCTAD, 2019).

Últimamente se observa un incremento del interés del sector privado por la gestión de esta actividad y como consecuencia el centro de la estrategia competitiva ha ido pasando del puerto a las terminales y de las terminales a las cadenas logísticas, lo que convierte a las terminales uno de los elementos principales de la industria portuaria. (Heaver, 1995)

4.1 Terminal dedicada y algunos ejemplos

Las PTOs (Pure terminal Operators) son empresas independientes que generalmente operan en terminales multiusuario. Estas terminales son aquellas capaces de manejar a la vez un número de buques de diferentes líneas navieras que se asignan

dinámicamente a dicha terminal, mientras que un terminal dedicado es un terminal que está destinado a manejar solo los buques de un determinado cliente o miembros de una alianza estratégica. (Kaselimi, 2011)

Desde la década de 1990, las empresas dedicadas a la estiba, que son empresas que desarrollan su labor dentro de los puertos y su actividad es la carga y descarga de buques de contenedores, buscaban expandirse desde sus zonas locales en busca de economías de escala, ahorrar costes y en definitiva; optimizar la terminal dentro de las redes logísticas. Actualmente operan en muelles de muchas partes del mundo. Slack, B. (2005)

Aunque el transporte de contenedores hace unas décadas en Europa solía estar gestionado principalmente por la AP, como era el caso del puerto de Londres, o gestionado por las empresas dedicadas a la estiba, como era el caso del puerto de Rotterdam en Holanda. En la década de los 90 las TOs pasaron de manejar el 20% del transporte de contenedores al 35% en el 2001 (Fossey, 2002).

Este cambio se debe a que las TOs utilizan los recursos de una manera más eficiente, ya que por ejemplo, optimizan el espacio de carga de los buques. Durante este proceso han ido surgiendo terminales dedicadas. Se les llama así cuando una línea naviera o similar toma el control de una terminal y opera en ella según sus intereses propios, ya sea permitiendo solo la carga y descarga de sus barcos en dicha terminal, o permitiendo la carga y descarga de otros buques a cambio de una tarifa. Las terminales dedicadas son preferidas por las líneas navieras ya que se especializan en los buques de la empresa, y por ejemplo, el tiempo de espera se reduce. Generalmente hay tres tipos de gestión de una terminal dedicada (Alvarez-SanJaime, 2012):

- De uso puro: en dicha terminal solo opera la línea naviera, y la línea naviera solo opera en su terminal.
- De uso mixto: en la que la línea naviera solo opera a través de su terminal y además proporciona su servicio a otros usuarios.
- De uso no exclusivo: en la terminal dedicada opera la línea naviera, junto con otras empresas del sector, y la empresa que posee el control de la terminal también utiliza los servicios prestados por otras terminales del puerto.

Cuando una línea naviera quiere obtener el control de una terminal, las estrategias de integración vertical más comunes que se llevan a cabo suelen ser (Kaselimi, 2011) :

- Mediante empresas hermanas especializadas en operaciones en la terminal.
- Fusiones entre las empresas navieras y empresas operadoras de terminales.
- Alianzas estratégicas entre algunas empresas para el control de las terminales.

En cuanto a la presencia de terminales dedicadas a lo largo del mundo, en EEUU hay mayor presencia de estas, que se debe a que se prioriza la “fidelidad” de los clientes a los ingresos ya que interesan los “contratos a l/p”. En Europa hay mayor presencia de operadores multiusuario. En el norte y este de Asia hay equilibrio entre ambos tipos de gestión (Slack, B. , 2005).

Algunos ejemplos de terminales dedicadas en España, pueden ser MSC en el puerto de Valencia (López Ansorena, 2011) o la de Maersk en Algeciras que se estableció a principios de los 90 (Cariu, 2002).

La compañía Maersk tiene terminales dedicadas por todo el mundo como por ejemplo la de Tokio y la de Hong-Kong en Asia, o las que posee en Long Beach y en Nueva York en Norteamérica. Otra gran compañía que tiene el control de terminales en varios

continentes es Evergreen, que opera entre otras, en Osaka y Taiwan, en Asia, y en Los Ángeles y Oakland en Norteamérica (Cariu,2002).

3. Revisión de la literatura

A continuación, se realiza una revisión de trabajos de investigación que abordan temáticas cercanas al trabajo de Kaselimi et al. (2011). Algunos de estos trabajos se centran en las terminales portuarias y otros en las relaciones existentes entre los agentes que operan en los puertos.

Ó. Alvarez-SanJaime et al (2013), construyen un modelo con un puerto en el que hay dos operadores que mueven contenedores. En un primer caso, ambas compañías desarrollan su actividad en la misma terminal. Posteriormente, comparan con caso en el que una compañía de las anteriores obtiene una terminal dedicada de uso puro, con el caso de que esta terminal sea de uso mixto y con el caso de que el uso de la terminal dedicada sea de uso no exclusivo. Concluyen que si las empresas del puerto no tienen restricciones de capacidad lo más rentable para ellas será que la terminal dedicada sea de uso no exclusivo. De esta manera obtienen mayor control de mercado y de sus competidores, además de otra fuente de ingresos.

Saed y Larsen (2010) investigaron como las alianzas entre distintas terminales pudiera ser beneficioso para estas. Para ello modelaron el funcionamiento de tres terminales en un puerto pakistaní mediante un juego de dos etapas. En la primera etapa las empresas que operan en las terminales deciden si asociarse o competir entre sí, posteriormente, fijan los precios mediante competencia de Bertrand. En tres de los cuatro casos que se pueden dar en la primera etapa, los participantes de la coalición obtienen mayores beneficios que si no se alían, siendo el caso en el que las tres terminales se asocian cuando mayores beneficios obtienen. Una desventaja de este último caso es que el bienestar de los consumidores se verá reducido.

Un factor que en el trabajo de Kaselimi et al. (2011), no se tiene en cuenta directamente, sino que se internaliza en el precio, es la congestión en las terminales. Esto fue analizado por Haralambides y Cariou (2002) mediante la Teoría de Colas. Al utilizar una terminal se crea congestión y esto se traduce en un incremento de costes para los barcos, como por ejemplo, el tiempo de más que este está inactivo. Dedujeron que cuando una línea naviera obtiene una terminal dedicada es claramente muy beneficioso para ella, ya que controlan la congestión para sus propios barcos de una manera más eficiente. En este estudio no queda claro que si una terminal se vuelve dedicada sea beneficioso para el resto de buques del puerto, ya que entre otros factores, una terminal dedicada, reduce la competencia entre el resto.

Vacca et al. (2007) proponen un modelo con el que optimizar los problemas de congestión y tráfico de contenedores en los puertos. Para ello analizan los agentes que hay en dos terminales distintas. La primera, Amberes Gateway, en el puerto de Amberes, es una terminal mayormente dedicada a la importación y a la exportación. La segunda terminal es Gioia Tauro, en Italia, que está más orientada hacia el transbordo. Los autores tienen en cuenta el distinto funcionamiento de las diferentes terminales en función de a lo que se dedican y de cómo los “buques madre”, que son buques muy grandes que no pueden entrar a un puerto normal interactúan con los feeders, que son buques más pequeños que cargan y descargan los “buques madre” para conectarlos con los puertos más pequeños.

En el modelo diseñado proponen abordar los problemas de asignación y programación que surgen de estos tipos de terminales ya que los problemas de congestión y de tráfico son cada vez más frecuentes debido al aumento de tráfico de contenedores.

Un estudio referente a la integración vertical que las empresas portuarias puedan llevar a cabo con otros servicios del puerto. Ó.Álvarez-SanJaime et al. (2015) para ilustrarlo realizaron un modelo de Hotelling. En este modelo, cada terminal decide si integrar los servicios que se prestan dentro de cada puerto. Los resultados muestran que una terminal que lleva a cabo la integración podrá ofertar ahora dos tipos de servicios: el que realizaba anteriormente y el nuevo, que incluye los servicios inland. En términos de bienestar, si las capacidades de los puertos son simétricas y uno de los puertos integra los servicios inland, el bienestar de los usuarios disminuye, mientras que si un puerto tiene más capacidad que otro, al integrar los servicios inland la ganancia de bienestar de la industria será mayor que la pérdida generada a los consumidores. Por lo tanto el bienestar general aumentará.

Como hemos visto previamente la Autoridad Portuaria es un agente muy importante en el ámbito portuario, Yu y Shan (2013) modelaron dos situaciones en un mismo escenario para comprobar cómo variaba el bienestar de dicha entidad. Hay dos puertos con una terminal cada uno, la diferencia entre las dos situaciones a analizar es que en la primera situación, las terminales son de distintos propietarios, mientras que en la segunda son del mismo. Se presenta mediante un juego de dos etapas en el que la AP primero elige las tarifas de navegación, para que después la TOs elijan la calidad del servicio y el precio. Tras analizar ambos escenarios, podemos comprobar que la AP estará mejor cuando las terminales sean del mismo propietario, y que las terminales estarán mejor aliándose si ninguna puede ofrecer una ventaja en su servicio.

Wiegman et al. (2002) examinaron las inversiones privadas en los puertos y la evolución de las mismas. El desarrollo de las redes de transporte es necesario para el desarrollo económico, y el deseo de tener un sistema de transporte más competitivo atrae a la inversión privada. En los últimos años han aumentado las alianzas entre las empresas navieras, lo que ha provocado que las Autoridades Portuarias y las TOs hayan hecho lo mismo. Esto se traduce en cambios a la hora de gestionar las terminales, introduciendo las asociaciones público-privadas como propietarios de estas. Generalmente, el sector público apoya estas inversiones privadas mediante estructuras de arrendamiento para incentivar la presencia de empresas privadas. Las inversiones privadas en terminales tienen periodos de recuperación muy largos (15-30 años), lo que es un incentivo para la creación de estas asociaciones, ya que, la participación pública reduce el tiempo de recuperación de la inversión, además, de recibir subvenciones a la infraestructura

Otro factor que hay que tener en cuenta en el ámbito portuario es el institucional, Wang et al (2012) mediante un modelo de Cournot analizan los factores institucionales que pueden influir en el puerto, por ejemplo; la propiedad y gestión, los tipos de contratos o comparar el beneficio privado con el bienestar público. Concluyen que hay una gran correlación entre las alianzas que los puertos puedan llevar a cabo con estos factores.

Van Reaven (2010) explica como el modelo de gestión landlord es un equilibrio de Nash mediante un juego de dos etapas. Compara este tipo de gestión con uno en el que la Autoridad Portuaria controla el resto de servicios portuarios. En la primera etapa del juego la AP toma la decisión de integrar o no los servicios, y en la segunda etapa eligen la tarifa de navegación y la tarifa de servicios en el caso de que decidan integrar dichos servicios. Los resultados muestran que si la AP no integra los servicios, es decir, hay separación vertical, los beneficios serán mayores. Continuando con el tipo de gestión del puerto, encontramos que Czerny et al.(2014) mediante un juego de dos etapas y una situación con los supuestos de Hotelling, comprueban si es más beneficioso para los puertos ser privatizados o maximizar el bienestar social. En la

primera etapa del juego, ambos puertos deciden simultáneamente si privatizar o maximizar el bienestar social. En la segunda, eligen los precios. El resultado es que si ambos puertos están concurridos, lo óptimo para ellos será privatizar, ya que podrán elevar el precio de las tarifas y reducir sus costes. Otro trabajo que examina los efectos de la propiedad de los puertos en las tarifas de servicio, beneficios y bienestar, es el de Ciu y Nottebooom (2018). Consideran también que los puertos pueden formar alianzas. Los resultados que obtuvieron bajo Cournot, fue que ambos puertos se aliaran si la PA es pública y acepta transferir parte de sus beneficios a la otra PA privada.

Zheng y Negenborn(2014) estudiaron si para los gobiernos, clientes y puertos era mejor la centralización o descentralización de estos últimos utilizando Stackelberg, y comprobaron que bajo la descentralización, las tarifas, la eficiencia del puerto, la demanda de servicios portuarios y el bienestar social eran mayores.

Tratando el tema de la cooperación entre las líneas navieras Angeloudis et al.(2016) mediante un juego de tres etapas en el que en la primera etapa las líneas navieras elegían la inversión que iban a realizar. En la segunda eligen el servicio que van a dar y se asignan las rutas que van a seguir, y en la tercera, eligen los precios de cada tramo de las rutas. Esta situación se analiza bajo monopolio y duopolio, concluyendo que cuando las empresas coluden eligen diferentes rutas y de esta manera reducen su presión competitiva.

Tabla 1: Revisión de la literatura.

Autores	Objetivo	Metodología	Resultados
Ó. Alvarez-SanJaime et al. (2013)	Conocer el tipo de uso más rentable de una terminal dedicada.	Modelo de Bertrand.	Sí no hay restricciones de capacidad, lo más rentable será la terminal dedicada de uso no exclusivo.
Saed y Larsen .(2010)	Como las alianzas entre tres terminales distintas resultan beneficiosas para estas.	Juego de dos etapas: 1º Decisiones de alianzas 2º Competencia de Bertrand	En 3 de los 4 casos de posibles alianzas, las terminales obtienen más beneficios que cuando no se alían.
Haralambides y Cariou. (2002)	Analizar el efecto de una terminal dedicada en términos de congestión y de beneficios para el resto de integrantes del puerto.	Teoría de colas.	Las terminales dedicadas benefician a su poseedor, aunque el efecto en el resto no es concluyente.
Vacca et al. (2007)	Comprueban la congestión en distintos puertos y proponen un modelo.	Recogida de datos y fijan los supuestos del modelo.	La congestión y la programación son problemas importantes en los puertos e irán cogiendo mayor importancia con el tiempo.
Ó.Álvarez-SanJaime et al. (2015)	Analizan el efecto de la integración vertical en los puertos.	Modelo de Hotelling.	Si las capacidades de los puertos no son simétricas, la integración vertical de servicios genera un incremento del bienestar de la industria.
Yu y Shan. (2013)	Analizar variaciones en el bienestar de la PA según la	Juego de dos etapas:	La PA estará mejor cuando ambas terminales sean del

	propiedad de las terminales.	1º La PA elige las tarifas de navegación. 2º Las TOs calidad de servicio y precio.	mismo propietario.
Wiegman et al. (2002)	Examinan las inversiones privadas y la tendencia de las mismas en las terminales.	Investigación y recogida de datos.	La inversión privada de empresas en terminales será más atractiva cuando reciban el apoyo del sector público.
Wang et al. (2012)	Analizan la influencia de los factores institucionales en el puerto.	Modelo de Cournot.	Hay una gran relación de estos factores con las alianzas que pueden llevar a cabo.
Van Reaven (2010)	Comprobar que el modelo landlord es una Equilibrio de Nash.	Juego de dos etapas: 1º PA elige si integrar servicios verticalmente. 2º Eligen los precios y las cantidades	Si hay separación vertical entre la PA y los servicios portuarios el beneficio será mayor.
Czerny et al. (2014)	Comprobar si es más beneficioso para los puertos la privatización o maximizar el bienestar social.	Modelo de Hotelling. Juego dos etapas: 1º si privatizar o no 2º fijan precios	Si los puertos están concurridos, lo óptimo es privatizar.
Ciu y Notteboom (2018)	Efectos de la propiedad de los puertos en las tarifas de servicio, beneficio y bienestar.	Modelo de Cournot.	Los puertos tienden a formar alianzas si hay una PA pública que realiza una transferencia de beneficios a una PA privada.
Zheng y Negenborn. (2014)	Centralización o descentralización en los puertos.	Modelo de Stackelberg.	Bajo descentralización obtuvieron mejores resultados.
Angeloudis et al. (2016)	Influencia en el puerto sobre como cooperan las líneas navieras.	Juego de tres etapas: 1º Las líneas navieras eligen la inversión que van a realizar. 2º Se asignan las rutas. 3º Eligen los precios para cada tramo de ruta.	Cuando las empresas coluden, eligen diferentes rutas y de esta manera reduce la presión competitiva.

Fuente: Elaboración propia

4. Modelo

En este apartado, vamos a ver el efecto que tiene para el puerto y su entorno cuando una terminal pasa a estar dedicada. Para ello nos basaremos en una réplica del modelo de *Kaselimi et al. (2011)*. En el modelo se analizará como la Autoridad Portuaria dedica la capacidad de una terminal para el uso exclusivo de un cliente, y cómo esta decisión afecta a la competencia, los precios y las cantidades.

En el modelo se incluyen dos puertos compitiendo, con N terminales multiusuario (TOs) en el Puerto 1 y K TOs en el Puerto 2. Para representar la competencia, se aplica el modelo de Cournot, en la que la cantidad de servicios ofertados por las empresas se percibe como una función lineal de la función de costes de las empresas, lo que a su vez determina el precio.

Los bienes (servicios portuarios) que proveen las TOs, son homogéneos lo que implica una alta sustituibilidad, esto quiere decir que los consumidores estarán muy indiferentes a la hora de elegir un servicio u otro. Esto se debe a que generalmente las diferencias entre los servicios de contenedores de los puertos son prácticamente inexistentes. La característica que diferencia a los buques en nuestro modelo, será la distancia que hay desde estos a cada puerto, por ello utilizaremos el modelo de Hotelling para estimar la demanda de cada puerto. La orientación del hinterland o la accesibilidad náutica, por ejemplo, pueden ser factores diferenciales pero en este modelo no los vamos a tener en cuenta.

Consideraremos la competencia entre los operadores de las terminales de contenedores y entre ambos puertos como un juego de dos etapas en el que los jugadores son las TOs y las Autoridades Portuarias. En la primera etapa, que es la fase previa a la concesión, intervienen las TOs eligiendo las cantidades que van a ofertar. En la segunda etapa, las TOs fijan la tarifa de su servicio y las Autoridades Portuarias la tarifa de navegación simultáneamente.

4.1 Especificaciones básicas del modelo

Se considera que los bienes son sustitutivos y que la única diferenciación es la distancia que hay desde los barcos hasta ambos puertos. Esta consideración nos permite aplicar Hotelling. Las especificaciones del modelo de Hotelling aplicadas al caso de terminales que manejan contenedores son las siguientes; los consumidores (shippers) están distribuidos de forma lineal uniforme a lo largo de un intervalo $[0,1]$, hay dos puertos idénticos, excepto por el número distinto de TOs que hay en cada uno, N en el puerto número 1 y K en el puerto número 2, están situados a cada extremo del intervalo y competirán entre ellos. El segmento lineal representa el hinterland de ambos puertos y los shippers que se encuentran en este segmento, se caracterizan por donde están situados respecto a cada uno de los puertos. La localización de estos se denota por x y se supone que es uniforme. También suponemos que los consumidores eligen el puerto al que acudir con el fin de minimizar sus costes. Para centrarnos en la competición entre puertos y entre las TOs hemos asumido que los costes de congestión están internalizados, es decir, van incluidos en el precio que definimos como p_1 para el Puerto 1 y p_2 para el Puerto 2.

Asumimos que el coste para los shippers, de trasladar sus buques hasta el puerto es de t por la distancia a la que se encuentre del puerto, es decir, tx si va al Puerto 1 y $t(1 - x)$ si va al Puerto 2.

Por lo tanto podemos concluir que el coste de los consumidores para ir al Puerto 1 será: $p_1 + tx$, y el de ir al Puerto 2; $p_2 + t(1 - x)$. Conociendo los costes de acudir a cada puerto podemos deducir las demandas. Entre los posibles demandantes de cada puerto distribuidos a lo largo del segmento hay uno, en cuya posición x sus costes de

ir al Puerto 1 a ir al 2 son iguales, y esto le hace estar indiferente en cuanto al puerto al que acudir. Si igualamos los costes $p_1 + tx$ y $p_2 + t(1 - x)$ obtenemos las demandas de cada puerto en función de p_1 , p_2 y t .

$$D_1(p_1, p_2) = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}$$

$$D_2(p_1, p_2) = \frac{p_1 - p_2 + t}{2t}$$

La oferta total de cada puerto viene dada por la suma de la producción de las TOs que hay en cada puerto. Para simplificar el modelo asumiremos que todas las TOs de cada puerto tendrán la misma capacidad de producción y cada terminal, estará manejado por una sola empresa las cuales compiten entre sí.

$$Q_{1,j} = \sum_{j=1}^N q_{1,j}$$

$$Q_{2,j} = \sum_{j=1}^K q_{2,j}$$

En estas expresiones el subíndice 1 o 2 corresponde con el puerto, mientras que el subíndice j , corresponde a cada operador multiusuario.

Si asumimos el modelo como de Cournot debemos tener en cuenta que las empresas tomarán las cantidades del resto de compañías en el puerto como dadas y después maximizará beneficios eligiendo la cantidad que oferta.

Como los puertos se ajustan al modelo de gestión landlord, el precio de cada puerto (p_1 y p_2) tendrá dos componentes, el primero será $s_{i,j}$ que es la tarifa de servicio que cobra la empresa que opera en la terminal por sus servicios, y e_i que es la cuota que cobra la Autoridad Portuaria en concepto de tarifas de navegación, cuotas de tonelaje, etc. Por lo tanto podemos definir: $p_i = s_{i,j} + e_i$

Las reglas del juego que vamos a plantear son las siguientes: todos los jugadores (AP y TOs) saben el resultado que obtendrían por cada decisión que pudiesen tomar, y elegirán la opción que maximice su beneficio, de forma que eligen simultáneamente $q_{i,j}$ y $s_{i,j}$ las TOs, y e_i las Autoridades Portuarias.

4.2 Análisis del modelo

El modelo se representa como un juego de dos etapas y se resolverá por inducción hacia atrás. En primer lugar se resuelve la segunda etapa, en la que se fijan los precios como si la cantidad del primer periodo estuviese dada. En segundo lugar, se eligen las cantidades del primer periodo teniendo en cuenta los precios que se van a fijar.

Antes de obtener la función que maximiza los beneficios de las TOs deberemos conocer la función inversa de demanda. En el equilibrio, la demanda de los shippers será igual a la cantidad que ofertan todas las TOs. Por lo tanto:

$$\sum_{j=1}^N q_{1,j} = D(p_1, p_2)$$

Si operamos y despejamos s_1 , obtenemos la función inversa de demanda:

$$s_1 = e_2 + s_2 - e_1 + t - 2t \sum_{j=1}^N q_1 \quad (1a)$$

En cuanto al coste más importante en que incurren las TOs es la renta que le pagan a la PA por operar en una terminal. Este coste es función de los m^2 que tiene la terminal. Como son costes fijos, no obtenemos costes marginales, por lo que para el análisis lo consideraremos 0.

Las TOs son las que deciden la cantidad de que van a ofertar así como el precio del servicio, para ello maximizaran sus beneficios de la siguiente forma:

$$\pi_{i,j}^{sp}(Q_{i,j}) = s_{1,j}(Q_{i,j}) * q_{i,j}$$

Esta expresión nos indica que los beneficios de las empresas serán iguales al precio de las tarifas que fijen, que dependerá de la suma total de la cantidad que saquen las TOs al mercado, ya que es la función inversa de demanda de las tarifas portuarias. También depende de la cantidad que oferte cada una de ellas ($q_{i,j}$). De esta función de beneficios obtiene la condición de maximización y posteriormente la función de mejor respuesta para $s_{i,j}$ de cada una de las operadoras multiusuario. Antes hay que maximizar los beneficios y conocer qué cantidad ofertaran.

Condición de maximización:

$$\frac{\partial \pi_{1,j}^{sp}(Q_{1,j})}{\partial q_{1,j}} = e_2 + s_2 - e_1 + t - 2t(2q_{1,1} + \sum_{j=2}^N q_{1,j})$$

Como todas las empresas son idénticas, todas maximizaran beneficios igual, entonces podemos resolver el problema por simetría. Si todas ofertan la misma cantidad $2t(2q_{1,1} + \sum_{j=2}^N q_{1,j}) = 2t(q_{1,j} + Nq_{1,j})$. La cantidad que sacará cada empresa será:

$$q_{1,j}^* = \frac{e_2 - e_1 + s_2 + t}{2t(N + 1)} \quad (2a)$$

Ahora conociendo esto hallaremos las funciones de mejor respuesta, sustituyendo $Nq_{1,j}^*$, en la función inversa de demanda $s_{1,j}(Q_{1,j})$, en el caso del Puerto 1, y $Kq_{2,j}^*$ en la función inversa de demanda $s_{2,j}(Q_{2,j})$, el caso del Puerto 2 y obtenemos las siguientes expresiones:

$$s_1 = \frac{e_2 + s_2 - e_1 + t}{N + 1} \quad (3a)$$

$$s_2 = \frac{e_1 + s_1 - e_2 + t}{K + 1} \quad (3b)$$

Resolvemos el sistema por sustitución y obtenemos las funciones de mejor respuesta:

$$s_1 = \frac{e_2 K + 2t - e_1 K + tK}{KN + K + N} \quad (4a)$$

$$s_2 = \frac{e_1 N + 2t - e_2 N + tN}{KN + K + N} \quad (4b)$$

Respecto a las Autoridades Portuarias, deducimos su función inversa de demanda, $D_1 = x$, y $D_2 = 1 - x$:

$$e_1 = e_2 + s_2 - s_1 + t - 2tD_1 \quad (5a)$$

$$e_2 = e_1 + s_1 - s_2 + t - 2tD_2 \quad (5b)$$

Las Autoridades Portuarias maximizarán beneficios multiplicando la cantidad de servicios que presten todas las TOs del puerto por el precio que elijan de la tasa portuaria, $\pi_1^{AP} = (e_2 + s_2 - s_1 + t - 2tD_1) * D_1$, y en caso del Puerto 2; $\pi_2^{AP} = (e_1 + s_1 - s_2 + t - 2tD_2) * D_2$. Si maximizamos las funciones de beneficios respecto D_1 y D_2 respectivamente, obtenemos las condiciones de primer orden, que posteriormente sustituimos una en la otra y obtenemos las funciones de mejor respuesta.

$$e_2 = \frac{1}{2}e_1 + \frac{1}{2}s_1 - \frac{1}{2}s_2 + \frac{1}{2}t \quad (6a)$$

$$e_1 = \frac{1}{2}e_2 + \frac{1}{2}s_2 - \frac{1}{2}s_1 + \frac{1}{2}t \quad (6b)$$

4.2.1 Escenario I: no hay terminales dedicadas

Una vez deducidas las funciones de mejor respuesta, resolviendo simultáneamente estas obtenemos los valores de las tasas de servicio s_1^* y s_2^* , y el precio de las tasas de navegación de cada puerto, e_1^* y e_2^* .

$$s_1^* = \frac{t(3K + 2)}{3KN + K + N} \quad (7a)$$

$$s_2^* = \frac{t(3N + 2)}{3KN + K + N} \quad (7b)$$

$$e_1^* = \frac{t(3K + 2)N}{3KN + K + N} \quad (8a)$$

$$e_2^* = \frac{t(3N + 2)K}{3KN + K + N} \quad (8b)$$

Para obtener la cantidad que saca cada empresa al mercado y la cantidad total de servicios que hay en cada puerto, sustituimos las variables anteriores en (2a), (2b).

$$q_{1,j}^* = \frac{1}{2} * \frac{3K + 2}{3KN + K + N} \quad (9a)$$

$$q_{2,j}^* = \frac{1}{2} * \frac{3N + 2}{3KN + K + N} \quad (9b)$$

$$D_1^* = \frac{1}{2} * \frac{N(3K + 2)}{3KN + K + N} \quad (10a)$$

$$D_2^* = \frac{1}{2} * \frac{K(3N + 2)}{3KN + K + N} \quad (10b)$$

Los beneficios de las AP en este escenario serian:

$$\pi_1^{pa} = \frac{1}{2} * \frac{t(3K + 2)^2 N^2}{2(3KN + K + N)^2} \quad (12a)$$

$$\pi_2^{pa} = \frac{1}{2} * \frac{t(3N + 2)^2 K^2}{(3KN + K + N)^2} \quad (12b)$$

Y los de las operadoras multiusuario:

$$\pi_{1,j}^{sp} = \frac{1}{2} * \frac{t(3K + 2)^2}{(3KN + K + N)^2} \quad (11a)$$

$$\pi_{2,j}^{sp} = \frac{1}{2} * \frac{t(3N + 2)^2}{(3KN + K + N)^2} \quad (11b)$$

Como podemos comprobar todos los resultados de equilibrio dependen del número de proveedores que hay en cada puerto, N y K , que hemos considerado exógenas.

4.2.2 Escenario II: Con terminal dedicada

En este segundo escenario vamos a considerar que una terminal del puerto 1 se vuelve dedicada, es decir, que ella solo opera para una empresa. Esta dedicación completa generará una reducción del número de proveedores en el Puerto 1.

Para analizar los resultados que tendría en los integrantes del puerto esta decisión mantenemos los supuestos anteriores, solo que asumimos que una terminal de las N que hay en el Puerto 1 se vuelve dedicada a una compañía de transporte, por lo que ahora habrá $N - 1$ terminales multiusuario en el Puerto 1. En el Puerto 2 se mantienen las K operadoras multiusuario.

El total de la demanda y la oferta, en términos totales, permanecen sin cambios respecto al anterior, lo que cambia es su estructura para el Puerto 1, en el que la oferta se divide en la que provee la terminal dedicada, y el resto que proveen las $N - 1$ TOs. Como la terminal dedicada no compite con el resto de TOs, ya que solo provee el servicio a una empresa independiente que no demanda servicios del resto de TOs, provoca que la demanda total se vea reducida. La nueva demanda será ax donde $0 < a < 1$.

Para los puertos lo más importante es mantener el mayor número de clientes como sea posible, y para conseguir esto la nueva oferta tiene que ser igual a la nueva demanda: $\sum_{j=1}^{N-1} q_{1,j} = ax$, por lo tanto la nueva función inversa de demanda de tarifas de servicio del Puerto 1 será: $s_1 = e_2 + s_2 - e_1 + t - \frac{2t}{a} \sum_{j=1}^{N-1} q_1$ (13a). Mientras que la de tarifas de servicio del Puerto 2 permanecerá igual: $s_2 = e_1 + s_1 - e_2 + t - 2t \sum_{j=1}^K q_2$ (1b). La nueva función de beneficios de las TOs del puerto 1 será: $\pi_{1,j}^{sp} =$

$(e_2 + s_2 - e_1 + t - \frac{2t}{a} \sum_{j=1}^{N-1} q_1) * q_{1,j}$, mientras que la de las del puerto dos será la misma que anteriormente : $\pi_{2,j}^{sp} = (e_1 + s_1 - e_2 + t - 2t \sum_{j=1}^K q_2) * q_{2,j}$. Con estas nuevas funciones calculamos los nuevos precios de equilibrio.

$$s_1^* = \frac{t(3K + 2)}{3KN - 2K + N - 1} \quad (19a)$$

$$s_2^* = \frac{t(3N - 1)}{3KN - 2K + N - 1} \quad (19b)$$

$$e_1^* = \frac{t(3NK + 2N - 2 - 3K)}{3NK - 2K + N - 1} \quad (20a)$$

$$e_2^* = \frac{tK(3N - 1)}{3NK - 2K + N - 1} \quad (20b)$$

$$q_{1,j}^* = \frac{1}{2} * \frac{(3K + 2)a}{3NK - 2K + N - 1} \quad (21a)$$

$$q_{2,j}^* = \frac{1}{2} * \frac{3N - 1}{3NK - 2K + N - 1} \quad (21b)$$

5. Discusión del modelo

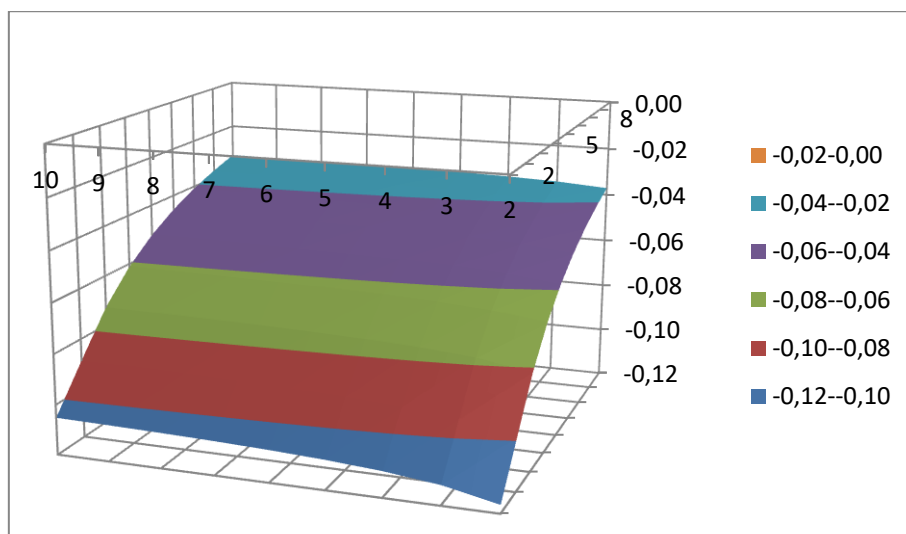
Una vez obtenidos los resultados, pasamos a comparar la situación inicial con el caso en que una terminal del Puerto 1 uno se vuelve dedicada. Comprobamos que hay variaciones en los precios de las tarifas y en las cantidades. Todos los resultados están en función de t , N y K y para poder llevar a cabo la comparación, le hemos dado valores de 2 a 10, a N y K , que son el número de TOs que operan en el Puerto 1 y en el 2, respectivamente.

En el caso de q_1^* , que es la cantidad ofertada por las TOs del Puerto 1, cuando una terminal de este es dedicada, está en función de N , K y a . Para llevar a cabo la simulación hemos dado valores a N y K , como hemos hecho con el resto de variables obtenidas del modelo, y también, hemos visto como varía la diferencia entre las cantidades ofertadas simulando valores de a . Sabemos que $0 < a < 1$, ya que representa como disminuye la demanda total cuando una terminal es dedicada, es decir, es la cantidad de clientes potenciales que había previamente sin contar con los clientes potenciales, que en el nuevo escenario empiezan a operar con la terminal dedicada.

Tras simular valores de a , se distinguen dos escenarios claros:

-Cuando $0 < a < 0,56$, será mayor q_1 básico que q_1 con terminal dedicada.

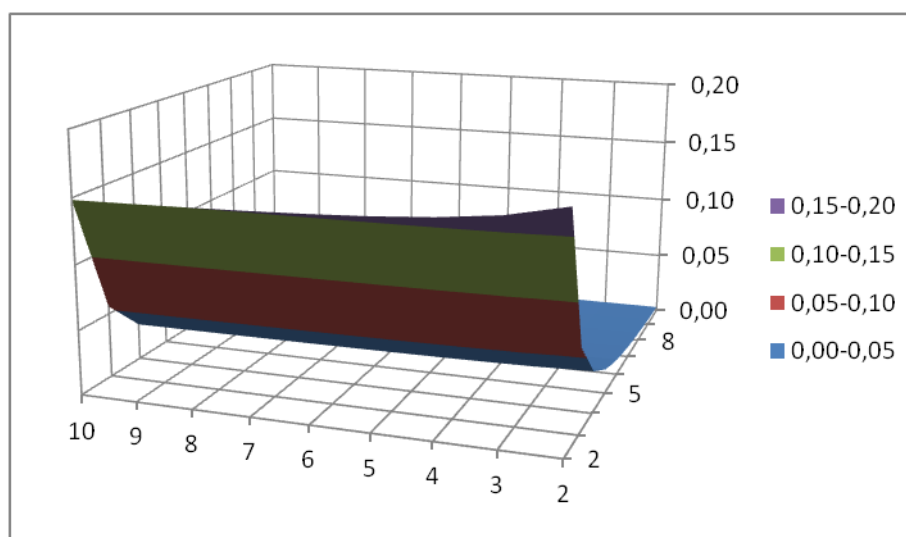
Gráfico 1: Diferencia entre q_1 dedicada y q_1 modelo básico, $a = 0,3$



Fuente: Elaboración propia.

-Sí $a > 0,56$, vemos que empieza a haber casos, conforme mayor es el valor de a , en los que la cantidad ofertada por las TOs en el Puerto 1 es mayor cuando hay una terminal dedicada. Por ejemplo, si le damos valor $a = 0,7$, y hay entre 2 y 3 TOs en el Puerto 1, será mayor la cantidad ofertada si hay una terminal dedicada. Si por ejemplo, $a = 0,9$ y N se encuentra entre 2 y 9 vemos que q_1 será mayor que q_1 modelo básico. Al realizar esta simulación vemos que la influencia de K en las cantidades ofertadas en el Puerto 1 no es muy significativa.

Gráfico 2: Diferencia entre q_1 dedicada y q_1 modelo básico, $a = 0,95$



Fuente: Elaboración propia.

Esta influencia de a podría deberse a lo que implica en el modelo. Usamos este parámetro para tener en cuenta la disminución de la demanda, es decir, para quitar de la demanda inicial a todos los consumidores que pasarán a operar con la terminal dedicada. Por lo tanto, podemos deducir, que cuando a esté más cerca de 1, menor influencia tiene la terminal dedicada en la demanda, o menor número de clientes atrae y por ello, cuando a es cercano a la unidad y el número de TOs en el Puerto 1 no es elevado, ofertarán más cantidad. Esto se debe a que si a es elevado, significa que la

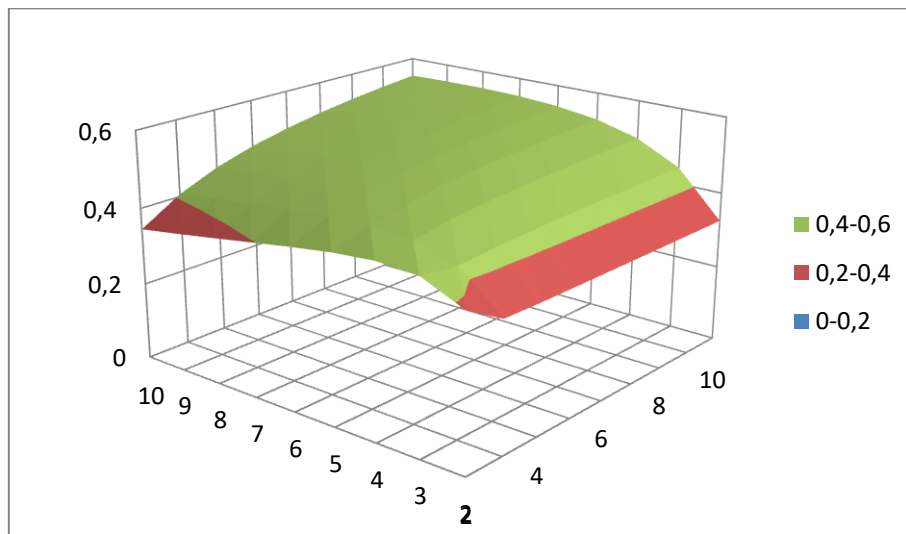
terminal que se vuelve dedicada no ha atraído a un gran número de clientes, y la o las otras terminales han absorbido la mayor parte de la demanda. En consecuencia, para hacer frente a este incremento de la demanda, el resto de TOs ofertan más cantidad.

Sin embargo, en el caso de que α sea reducido, quiere decir que la terminal dedicada ha arrastrado consigo gran parte de la demanda, provoca que la cantidad que oferten las TOs sea menor que en el caso base. En esta situación, si el número de TOs en el Puerto 1 es bajo, estas se verán más afectadas ya que su número potencial de demandantes se verá muy reducido.

Cuando el número de TOs sea elevado ocurrirá lo mismo, pero al haber más TOs la pérdida de cuota de mercado se reparte entre más agentes, ya que, al ser muchas TOs iguales, ninguna tendrá una cuota de mercado elevada. Por ello, la cantidad ofertada será también menor que en el caso base, pero no tanto como en el caso de que hay pocas TOs. Esto quiere decir que el efecto de α es mayor, provoca más variabilidad en los casos que hay pocas TOs en el Puerto 1 que cuando hay muchas.

La tarifa de servicio de las TOs que siguen operando en el Puerto 1 es la única variable que podemos concluir, sin necesidad de simular valores, que cuando una terminal de dicho puerto se vuelve dedicada, el resto de TOs del mismo, fijarán posteriormente y si el resto de variables se mantienen constantes, tarifas s_1 mayores.

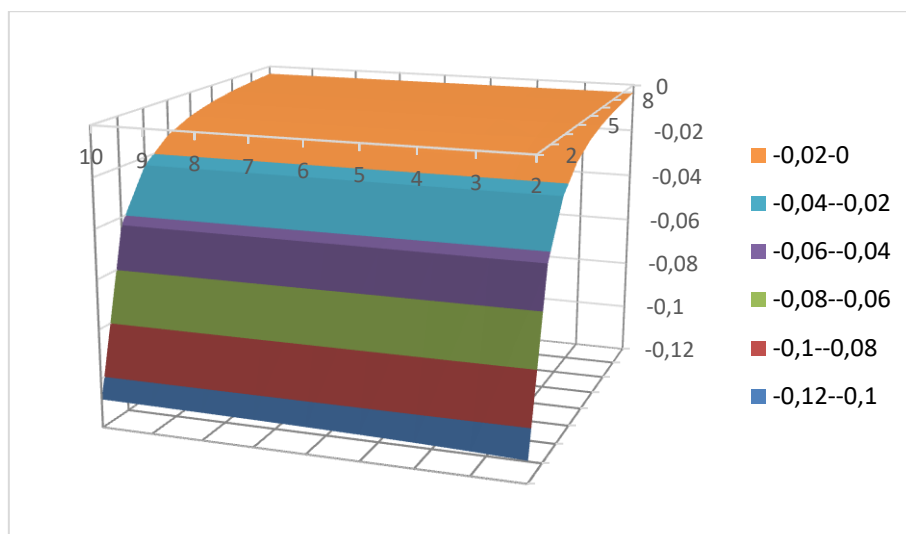
Gráfico 3: Diferencia entre s_1 dedicada y s_1 modelo básico.



Fuente: Elaboración propia.

Con e_1 , la tarifa de navegación que fija la Autoridad Portuaria del Puerto 1 obtenemos que, para cualquier valor entre 2 y 10 de K y de N , es menor cuando hay una terminal dedicada que en el caso de que todas las terminales están compitiendo. Para los valores considerados de K y N la diferencia va desde 0,003t hasta 0,111t unidades monetarias.

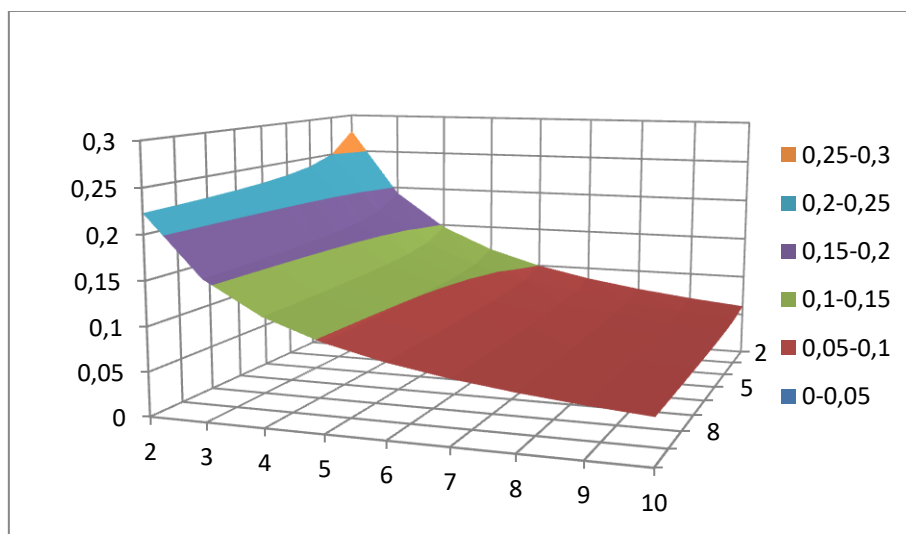
Gráfico 4: Diferencia entre e_1 dedicada y e_1 modelo básico.



Fuente: Elaboración propia.

En el caso del Puerto 2, la cantidad ofertada por cada una de las TOs se incrementa respecto a la situación inicial. Cada TO ofertará entre 0,27807 y 0,0503 unidades de servicio más, dependiendo del valor adoptado por N y K .

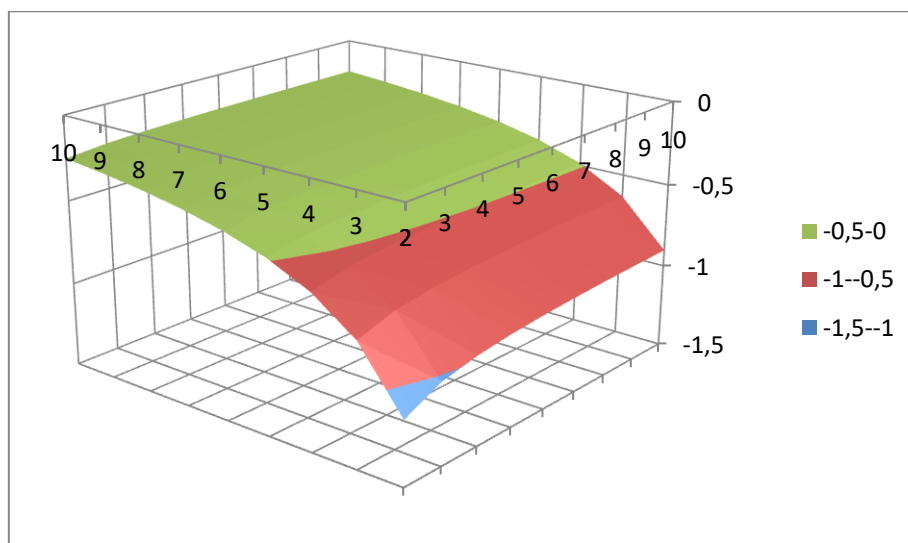
Gráfico 5: Diferencia entre q_2 dedicada y q_2 modelo básico:



Fuente: Elaboración propia.

La tarifa de servicio fijada por las TOs, s_2 , encontramos que cuando en el Puerto 1 hay una terminal dedicada, se ve reducida respecto a cuándo no la hay, desde un 0,2035t a un 1,1269t unidades monetarias más baja en función de los valores entre 2 y 10 que haya tomado N y K .

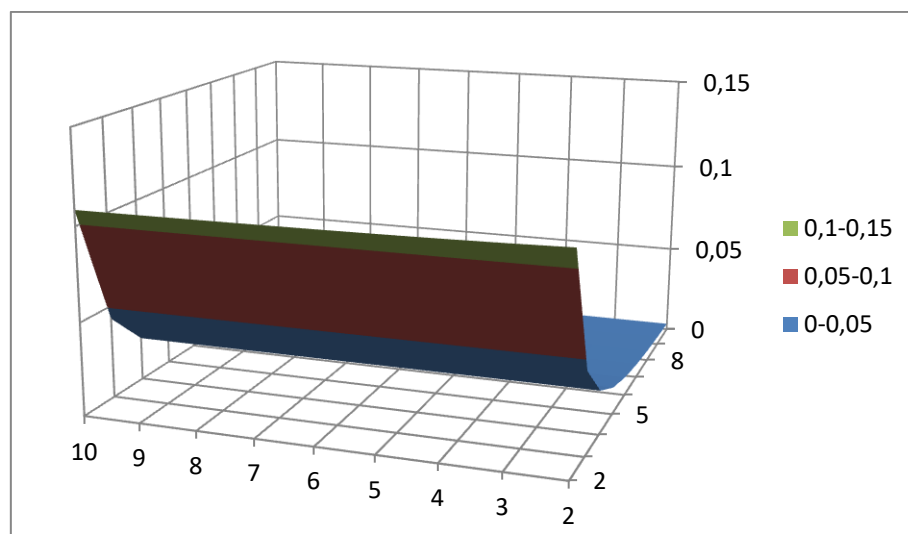
Gráfico 6: Diferencia entre s_2 dedicada y s_2 modelo básico.



Fuente: Elaboración propia

La tarifa de navegación fijada por la Autoridad Portuaria del Puerto 2, e_2 , se incrementa cuando en el Puerto 1 hay una terminal dedicada entre 0,0034t y 0,1111t unidades monetarias.

Gráfico 7: Diferencia entre e_2 dedicada y e_2 modelo básico.



Fuente: Elaboración propia.

6. Conclusión

El fin de este trabajo era comprobar el efecto de que una terminal portuaria se volviese dedicada en términos de cantidades ofertadas por las TOs, y de precios de las tarifas portuarias fijados por las TOs y las Autoridades Portuarias. Para ello, nos hemos apoyado en otros trabajos académicos relacionados con la Teoría de Juegos aplicada al ámbito portuario, y mayormente, en el modelo de Kaselimi et al. (2011), con lo que hemos sacado las siguientes conclusiones.

En cuanto a la Autoridad Portuaria del Puerto 1, cobrará tarifas de e_1 más bajas. Si es beneficioso para ella o no, dependerá del número de TOs que haya en el puerto y del valor del parámetro α . Si α es elevado, y número de TOs en el Puerto 1 es bajo, las TOs aumentarían su oferta, y así, podría compensar la bajada de e_1 aumentando el número de transacciones.

Respecto a las TOs, vemos que aun habiendo una terminal dedicada, y si esta no arrastra consigo una parte grande de la demanda, estarán en mejor situación, ofertando más cantidad y a mayor precio.

Los últimos participantes del modelo, las líneas navieras, son los que salen más perjudicados, ya que el precio que tienen que pagar por ser atendidos en una terminal del puerto que ha dedicado una terminal ahora es mayor, aunque la tarifa que cobra la PA es menor, no compensa la subida que cobran las TOs. La reducción de e_1 , es de 0,0034t a 0,1111t, y la subida de la tarifa s_1 , es de 0,3254t a 0,5530t. Por lo tanto, las líneas navieras que no operan en la terminal dedicada salen perdiendo. Todo esto sin tener en cuenta los problemas de congestión que pueden surgir al dedicar una terminal.

En el futuro, para proseguir con la investigación podría eliminarse la suposición de la Autoridad Portuaria como una empresa privada, cuyo objetivo es la maximización de beneficios. El objetivo de las AP como organismos públicos será el de la maximización del bienestar social ya que en el caso de obtener unas altas ganancias tendría que ceder cierta cantidad a la comunidad local. Kaselimi et al. (2011)

7. Bibliografía

ÁLVAREZ-SANJAIME, Óscar, et al. Vertical integration and exclusivities in maritime freight transport. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2013, vol. 51, p. 50-61.

ÁLVAREZ-SANJAIME, Óscar, et al. The impact on port competition of the integration of port and inland transport services. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2015, vol. 80, p. 291-302.

PUJATS, Karlis; GOLIAS, Mihalís; KONUR, Dinçer. A Review of Game Theory Applications for Seaport Cooperation and Competition. *Journal of Marine Science and Engineering*, 2020, vol. 8, no 2, p. 100.

BAKÓ, Barna; TASNÁDI, Attila. The Kreps and Scheinkman result remains valid for mixed duopolies with linear demand. 2014.

CUI, Han; NOTTEBOOM, Theo. A game theoretical approach to the effects of port objective orientation and service differentiation on port authorities' willingness to cooperate. *Research in transportation business & management*, 2018, vol. 26, p. 76-86.

DE BORGER, Bruno; PROOST, Stef; VAN DENDER, Kurt. Private port pricing and public investment in port and hinterland capacity. *Journal of Transport Economics and Policy (JTEP)*, 2008, vol. 42, no 3, p. 527-561.

HARALAMBIDES, Hercules E.; CARIU, Pierre; BENACCHIO, Marco. Costs, benefits and pricing of dedicated container terminals. *International Journal of Maritime Economics*, 2002, vol. 4, no 1, p. 21-34.

HIDALGO-GALLEGO, Soraya; NÚÑEZ-SÁNCHEZ, Ramón; COTO-MILLÁN, Pablo. Game theory and port economics: a survey of recent research. *Journal of Economic Surveys*, 2017, vol. 31, no 3, p. 854-877.

KASELIMI, Evangelia N.; NOTTEBOOM, Theo E.; DE BORGER, Bruno. A game theoretical approach to competition between multi-user terminals: the impact of dedicated terminals. *Maritime Policy & Management*, 2011, vol. 38, no 4, p. 395-414.

MORENO, Diego; UBEDA, Luis. Capacity precommitment and price competition yield the Cournot outcome. *Games and Economic Behavior*, 2006, vol. 56, no 2, p. 323-332.

PUJATS, Karlis; GOLIAS, Mihalis; KONUR, Dinçer. A Review of Game Theory Applications for Seaport Cooperation and Competition. *Journal of Marine Science and Engineering*, 2020, vol. 8, no 2, p. 100.

RUA COSTA, Carlos. Los puertos en el transporte marítimo. 2006.

SAEED, Naima; LARSEN, Odd I. An application of cooperative game among container terminals of one port. *European Journal of Operational Research*, 2010, vol. 203, no 2, p. 393-403.

SLACK, Brian; FRÉMONT, Antoine. Transformation of port terminal operations: from the local to the global. *Transport Reviews*, 2005, vol. 25, no 1, p. 117-130.

SOPPÉ, Martin; PAROLA, Francesco; FRÉMONT, Antoine. Emerging inter-industry partnerships between shipping lines and stevedores: from rivalry to cooperation?. *Journal of Transport Geography*, 2009, vol. 17, no 1, p. 10-20..

UNCTAD (2019). *Review of Maritime Transport, 2019* (No. UNCTAD/RMT/2019).

VACCA, Ilaria; BIERLAIRE, Michel; SALANI, Matteo. Optimization at container terminals: status, trends and perspectives. En *Swiss Transport Research Conference*. 2007.

VAN REEVEN, Peran. The effect of competition on economic rents in seaports. *Journal of Transport Economics and Policy (JTEP)*, 2010, vol. 44, no 1, p. 79-92..

WIEGMANS, Bart W., et al. Investments in container terminals: Public private partnerships in Europe. *International journal of maritime economics*, 2002, vol. 4, no 1, p. 1-20.

YIP, T. L.; LIU, John J.; FU, Xiaowen. Modelling the effects of competition on seaports terminal awarding. 2010.

YU, Mingzhu; SHAN, Jun. A Hotelling model approach to container port competition. En *2013 10th International Conference on Service Systems and Service Management*. IEEE, 2013. p. 253-258.

ZHENG, Shiyuan; NEGENBORN, Rudy R. Centralization or decentralization: A comparative analysis of port regulation modes. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2014, vol. 69, p. 21-40.

8. Anexo cálculos

Coste de transporte de ir al Puerto 1 = $t * x$

Coste de transporte de ir al Puerto 2 = $t * (1 - x)$

Coste total del Puerto 1 = $p_1 + t * x$

Coste total del Puerto 2 = $p_2 + t * (1 - x)$

Los precios del puerto están compuestos por: $p_1 = e_1 + s_1$ y $p_2 = e_2 + s_2$

Regla de Hotelling $\rightarrow p_1 + t * x = p_2 + t * (1 - x)$, despejamos x, y obtenemos las demandas de cada puerto \rightarrow

$$D_1(p_1, p_2) = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}$$

$$D_2(p_1, p_2) = \frac{p_1 - p_2 + t}{2t}$$

8.1 Escenario I: Modelo básico

La producción total de cada puerto es la suma de las cantidades que ofrece cada una de las TOs:

$$Q_{1,j} = \sum_{j=1}^N q_{1,j}$$

$$Q_{2,j} = \sum_{j=1}^K q_{2,j}$$

Para obtener las funciones inversas de demanda de las TOs de cada puerto, en el equilibrio:

$$\sum_{j=1}^N q_{1,j} = D(p_1, p_2) \rightarrow \sum_{j=1}^N q_{1,j} = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t} \rightarrow s_1 = e_2 + s_2 - e_1 + t - 2t \sum_{j=1}^N q_{1,j} \quad (1a)$$

$$\sum_{j=1}^K q_{2,j} = D(p_2, p_1) \rightarrow \sum_{j=1}^K q_{2,j} = \frac{p_1 - p_2 + t}{2t} \rightarrow s_2 = e_1 + s_1 - e_2 + t - 2t \sum_{j=1}^K q_{2,j} \quad (1b)$$

Los beneficios de las TOs:

$$\pi_{1,j}^{sp}(Q_{1,j}) = s_{1,j}(Q_{1,j}) * q_{1,j}$$

Maximizamos beneficios respecto de $q_{1,j}$

$$\frac{\partial \pi_{1,j}^{sp}(Q_{1,j})}{\partial q_{1,j}} = e_2 + s_2 - e_1 + t - 2t(2q_{1,1} + \sum_{j=2}^N q_{1,j}) = 0$$

Como hay N TOS idénticas en el Puerto 1, todas ofertarán las mismas cantidades, por lo que podemos resolver el problema por simetría. $q_{1,1} = q_{1,j} \forall j = 1, N$

$$e_2 + s_2 - e_1 + t - 2t(2q_{1,1} + \sum_{j=2}^N q_{1,1}) = 0 \rightarrow e_2 + s_2 - e_1 + t - 4tq_{1,1} - 2t \sum_{j=2}^N q_{1,1} = 0$$

$$\rightarrow q_{1,1} = \frac{e_2 + s_2 - e_1 + t - 2t \sum_{j=2}^N q_{1,1}}{4t} \rightarrow q_{1,1} = \frac{e_2 + s_2 - e_1 + t - 2t(N-1)q_{1,1}}{4t} \rightarrow$$

$$q_{1,1} * 2t(1 + N) = e_2 + s_2 - e_1 + t \rightarrow q_{1,j}^* = \frac{e_2 - e_1 + s_2 + t}{2t(N+1)} \quad (2a)$$

La cantidad ofertada por cada TO del Puerto2 será:

$$e_1 + s_1 - e_2 + t - 2t(2q_{2,1} + \sum_{j=2}^K q_{2,1}) = 0 \rightarrow e_1 + s_1 - e_2 + t - 4tq_{2,1} - 2t \sum_{j=2}^K q_{1,1} = 0$$

$$\rightarrow q_{2,1} = \frac{e_1 + s_1 - e_2 + t - 2t \sum_{j=2}^K q_{2,1}}{4t} \rightarrow q_{2,1} = \frac{e_1 + s_1 - e_2 + t - 2t(K-1)q_{2,1}}{4t} \rightarrow$$

$$q_{2,1} * 2t(1 + K) = e_1 + s_1 - e_2 + t \rightarrow q_{2,j}^* = \frac{e_1 - e_2 + s_1 + t}{2t(K+1)} \quad (2b)$$

La cantidad total que oferta cada puerto será: para el Puerto 1, $N * q_{1,j}^*$ y para el Puerto 2, $K * q_{2,j}^*$. Sustituimos estas expresiones en las funciones inversas de demanda de las TOs:

$$\begin{aligned} -- s_1 &= e_2 + s_2 - e_1 + t - 2tN * \left(\frac{e_2 - e_1 + s_2 + t}{2t(N+1)} \right) \rightarrow s_1 + Ns_1 = e_2 + s_2 - e_1 + t \rightarrow \\ s_1 &= \frac{e_2 + s_2 - e_1 + t}{N+1} \quad (3a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -- s_2 &= e_1 + s_1 - e_2 + t - 2tK * \left(\frac{e_1 - e_2 + s_1 + t}{2t(K+1)} \right) \rightarrow s_2 + Ks_2 = e_1 + s_1 - e_2 + t \rightarrow \\ s_2 &= \frac{e_1 + s_1 - e_2 + t}{K+1} \quad (3b) \end{aligned}$$

Resolvemos el sistema formado por (c1) y (c2), y obtenemos las funciones de mejor respuesta de las TOs:

$$\begin{aligned} - s_1 &= \frac{e_2 + \left(\frac{e_1 + s_1 - e_2 + t}{K+1} \right) - e_1 + t}{N+1} \rightarrow (K+1)(N+1)s_1 = e_2K + e_2 + e_1 + s_1 - e_2 + t - \\ &Ke_1 - e_1 + Kt + t \rightarrow s_1(KN + K + N) = Ke_2 - Ke_1 + Kt + 2t \rightarrow \\ s_1 &= \frac{e_2K + 2t - e_1K + tK}{KN + K + N} \quad (4a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} - s_2 &= \frac{e_1 + \left(\frac{e_2 + s_2 - e_1 + t}{N+1} \right) - e_2 + t}{K+1} \rightarrow (K+1)(N+1)s_2 = e_1N + e_1 + e_2 + s_2 - e_1 + t - \\ &Ne_2 - e_2 + Nt + t \rightarrow s_2(KN + K + N) = Ne_1 - Ne_2 + Nt + 2t \rightarrow \\ s_2 &= \frac{e_1N + 2t - e_2N + tN}{KN + K + N} \quad (4b) \end{aligned}$$

Las funciones inversas de demanda de las Autoridades Portuarias son: $D_1 = x$, y $D_2 = 1 - x$:

$$e_1 = e_2 + s_2 - s_1 + t - 2tD_1 \quad (5a)$$

$$e_2 = e_1 + s_1 - s_2 + t - 2tD_2 \quad (5b)$$

Sus funciones de beneficios: , $\pi_1^{AP} = (e_2 + s_2 - s_1 + t - 2tD_1) * D_1$, y la del Puerto 2: $\pi_2^{AP} = (e_1 + s_1 - s_2 + t - 2tD_2) * D_2$

Derivamos respecto de D_1 y D_2 para obtener las respectivas condiciones de primer orden, y despejamos.

$$D_1 = \frac{e_2 + s_2 - s_1 + t}{4t}, \quad D_2 = \frac{e_1 + s_1 - s_2 + t}{4t}$$

Ahora sustituimos estas expresiones en las funciones inversas de demanda para deducir la función de mejor respuesta de las AP. En el caso del Puerto 1:

$$e_1 = e_2 + s_2 - s_1 + t - 2t \frac{e_2 + s_2 - s_1 + t}{4t} \rightarrow 2e_1 = e_2 + s_2 - s_1 + t \rightarrow e_1 = \frac{1}{2}e_2 + \frac{1}{2}s_2 - \frac{1}{2}s_1 + \frac{1}{2}t \quad (6a)$$

La de la AP 2 :

$$e_2 = e_1 + s_1 - s_2 + t - 2t \frac{e_1 + s_1 - s_2 + t}{4t} \rightarrow 2e_2 = e_1 + s_1 - s_2 + t \rightarrow e_2 = \frac{1}{2}e_1 + \frac{1}{2}s_1 - \frac{1}{2}s_2 + \frac{1}{2}t \quad (6b)$$

A partir de las 4 ecuaciones, (4a),(4b),(6a),(6b), resolvemos el sistema:

```
(%i1) ec4a: s1=(e2*K+2*t-e1*K+t*K)/(K*N+K+N);
(%o1) s1 = \frac{K t + 2 t + K e2 - K e1}{K N + N + K}
```

```
(%i2) ec4b: s2=(e1*N+2*t-e2*N+t*N)/(K*N+K+N);
(%o2) s2 = \frac{N t + 2 t - N e2 + N e1}{K N + N + K}
```

```
(%i3) ec6a: e1=1/2*e2+1/2*s2-1/2*s1+1/2*t;
;
(%o3) e1 = \frac{t}{2} + \frac{s2}{2} - \frac{s1}{2} + \frac{e2}{2}
```

```
(%i4) ec6b: e2=1/2*e1+1/2*s1-1/2*s2+1/2*t;
(%o4) e2 = \frac{t}{2} - \frac{s2}{2} + \frac{s1}{2} + \frac{e1}{2}
```

```
(%i5) solve([ec4a, ec4b, ec6a, ec6b], [s1, s2, e1, e2]);
(%o5) [[s1 = \frac{(3K+2)t}{(3K+1)N+K}, s2 = \frac{(3N+2)t}{(3K+1)N+K}, e1 = \frac{(3K+2)Nt}{(3K+1)N+K}, e2 = \frac{(3KN+2K)t}{(3K+1)N+K}]]
```

Obtenemos el precio que fijan las TOs del puerto 1: $s_1 = \frac{e_2 K + 2t - e_1 K + t K}{K N + K + N} \quad (7a)$

Obtenemos el precio que fijan las TOs del Puerto 2: $s_2 = \frac{e_1 N + 2t - e_2 N + t N}{K N + K + N} \quad (7b)$

Obtenemos la tarifa de navegación que fija la AP 1: $e_1 = \frac{t(3K+2)N}{3KN+K+N} \quad (8a)$

Obtenemos la tarifa de navegación que fija la AP 2: $e_2 = \frac{t(3N+2)K}{3KN+K+N} \quad (8b)$

Y sustituyendo estas expresiones en (2a) y en (2b).obtenemos la cantidad de equilibrio de cada TO en cada puerto:

$$q_{1,j}^* = \frac{1}{2} * \frac{3K+2}{3KN+K+N} \quad (9a), \quad q_{2,j}^* = \frac{1}{2} * \frac{3N+2}{3KN+K+N} \quad (9b).$$

Multiplicando (9a) y (9b) por N y por K respectivamente, obtenemos la demanda total de cada puerto:

$$D_1^* = \frac{1}{2} * \frac{N(3K+2)}{3KN+K+N} \quad (10a), \quad D_2^* = \frac{1}{2} * \frac{K(3N+2)}{3KN+K+N} \quad (10b)$$

Para obtener los beneficios de las TOs multiplicamos (7a) por (9a) en el caso del Puerto 1, y (7b) y (9b) en el caso de Puerto 2.

$$\pi_{1,j}^{sp} = \frac{1}{2} * \frac{t(3K+2)^2}{(3KN+K+N)^2} \quad (11a) \quad , \quad \pi_{2,j}^{sp} = \frac{1}{2} * \frac{t(3N+2)^2}{(3KN+K+N)^2} \quad (11b)$$

Y los beneficios de las Autoridades Portuarias, en el Puerto1 multiplicamos (10a) por (8a) y en el 2, (10b) por (8b):

$$\pi_1^{pa} = \frac{1}{2} * \frac{t(3K+2)^2 N^2}{2(3KN+K+N)^2} \quad (12a), \quad \pi_2^{pa} = \frac{1}{2} * \frac{t(3N+2)^2 K^2}{(3KN+K+N)^2} \quad (12b)$$

8.2 Escenario II: Una terminal dedicada

$$ax = \sum_{j=1}^{N-1} q_{1,j}$$

Nueva función de demanda inversa de las TOs del puerto 1:

$$s_1 = e_2 + s_2 - e_1 + t - \frac{2t}{a} \sum_{j=1}^{N-1} q_{1,j} \quad (13a)$$

Los beneficios de las TOs bajo estos nuevos supuestos serán:

$$\pi_{1,j}^{sp}(Q_{1,j}) = \left(e_2 + s_2 - e_1 + t - \frac{2t}{a} \sum_{j=1}^{N-1} q_{1,j} \right) * q_{1,j}$$

Maximizamos beneficios respecto de $q_{1,j}$, y sabiendo que todas las TOs, al ser idénticas ofertarán la misma cantidad:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_{1,j}^{sp}(Q_{1,j})}{\partial q_{1,j}} &= e_2 + s_2 - e_1 + t - \frac{4t}{a} q_{1,1} - \frac{2t}{a} \sum_{j=2}^{N-1} q_{1,j} = 0 \quad \rightarrow \quad e_2 + s_2 - e_1 + t - \frac{4t}{a} q_{1,1} - \\ &\frac{2t}{a} (N-2) * q_{1,1} = 0 \rightarrow e_2 + s_2 - e_1 + t = \frac{4t}{a} q_{1,1} + \left(\frac{2tN-4t}{a} \right) q_{1,1} = 0 \quad \rightarrow \quad e_2 + s_2 - e_1 + \\ &t = \left(\frac{2tN}{a} \right) q_{1,1} \rightarrow q_{1,1} = \frac{a(e_2+s_2-e_1+t)}{2tN} \quad (14a) \end{aligned}$$

Las TOs del Puerto dos ofertarán lo mismo que en el caso base:

$$q_{2,j}^* = \frac{e_1 - e_2 + s_1 + t}{2t(K+1)} \quad (2b)$$

Para obtener la nueva tarifa s_1 , sustituimos $(N-1) * q_{1,1}$ en la nueva función de demanda inversa:

$$s_1 = e_2 + s_2 - e_1 + t - \frac{2t}{a} (N-1) \frac{a(e_2+s_2-e_1+t)}{2tN} \rightarrow s_1 = \frac{e_2+s_2-e_1+t}{N} \quad (15a)$$

En el caso de las TOs del puerto dos, esta expresión es la misma que anteriormente:

$$s_2 = \frac{e_1+s_1-e_2+t}{K+1} \quad (3b)$$

Resolvemos el sistema formado por las dos ecuaciones anteriores, para obtener las nuevas funciones de mejor respuesta de las TOs:

$$\begin{aligned} - \quad s_1 &= \frac{e_2 + \left(\frac{e_1+s_1-e_2+t}{K+1} \right) - e_1 + t}{N} \rightarrow (K+1)Ns_1 = e_2K + e_2 + e_1 + s_1 - e_2 + t - Ke_1 - e_1 + \\ &Kt + t \rightarrow s_1(KN+N) = Ke_2 + s_1 - Ke_1 + Kt + 2t \rightarrow s_1 = \frac{Ke_2 + s_1 + 2t - Ke_1 + Kt}{KN+N} \quad (16a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 - \quad s_2 &= \frac{e_1 + \left(\frac{e_2 + s_2 - e_1 + t}{N} \right) - e_2 + t}{K+1} \rightarrow (K+1)Ns_2 = Ne_1 + e_2 + s_2 - e_1 + t - Ne_2 + Nt \rightarrow \\
 s_2(KN+N) &= Ne_1 - Ne_2 + Nt + t + e_2 + s_2 - e_1 \rightarrow \\
 s_2 &= \frac{Ne_1 + e_2 + s_2 - e_1 + t - Ne_2 + Nt}{KN+N} \quad (16b)
 \end{aligned}$$

Pasamos a ver cómo cambian las funciones de las Autoridades Portuarias cuando en el Puerto 1 hay una terminal dedicada. La AP1 tendrá una nueva función de demanda:

$$D_1 = ax \rightarrow e_1 = e_2 + s_2 - s_1 + t - \frac{2t}{a} D_1 \quad (17a)$$

$$\text{por lo tanto sus beneficios: } \pi_1 = (e_2 + s_2 - s_1 + t - \frac{2t}{a} D_1) * D_1$$

Para maximizar la expresión anterior, derivamos respecto D_1 :

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial D_1} = e_2 + s_2 - s_1 + t - \frac{4t}{a} D_1 = 0 \rightarrow D_1 = \frac{a(e_2 + s_2 - s_1 + t)}{4t}$$

En el Puerto 2 no hay variación respecto al caso base:

$$D_2 = \frac{e_1 + s_1 - s_2 + t}{4t}$$

Sustituimos estas expresiones en sus respectivas funciones de demanda, y obtenemos las funciones de mejor respuesta de las AP:

$$\begin{aligned}
 - \quad e_1 &= e_2 + s_2 - s_1 + t - \frac{2t}{a} \frac{a(e_2 + s_2 - s_1 + t)}{4t} \rightarrow e_1 = e_2 + s_2 - s_1 + t - \frac{(e_2 + s_2 - s_1 + t)}{2} \\
 &\rightarrow e_1 = \frac{1}{2}e_2 + \frac{1}{2}s_2 - \frac{1}{2}s_1 + \frac{1}{2}t \quad (18a) \\
 - \quad e_2 &= e_1 + s_1 - s_2 + t - 2t \frac{e_1 + s_1 - s_2 + t}{4t} \rightarrow 2e_2 = e_1 + s_1 - s_2 + t \rightarrow e_2 = \frac{1}{2}e_1 + \\
 &\frac{1}{2}s_1 - \frac{1}{2}s_2 + \frac{1}{2}t \quad (5b)
 \end{aligned}$$

Resolvemos el sistema de (16a),(16b),(18a) y (5b) con máxima:

```
(%i2) ec16a: s1=(K*e2+s1+t-K*e1+K*t+t)/(K*N+N);
```

```
(%o2) s1 = \frac{K t + 2 t + s1 + K e2 - K e1}{K N + N}
```

```
(%i3) ec16b: s2=(N*e1+e2+s2-e1+t-N*e2+N*t)/(K*N+N);
```

```
(%o3) s2 = \frac{N t + t + s2 - N e2 + e2 + N e1 - e1}{K N + N}
```

```
(%i4) ec18a: e1=(e2+s2-s1+t)/(2);
```

```
(%o4) e1 = \frac{t + s2 - s1 + e2}{2}
```

```
(%i5) ec5b: e2=(e1+s1-s2+t)/(2);
```

```
(%o5) e2 = \frac{t - s2 + s1 + e1}{2}
```

```
(%i6) solve([ec16a, ec16b, ec18a, ec5b], [s1, s2, e1, e2]);
```

```
(%o6) [[s1 = \frac{(3 K + 2) t}{(3 K + 1) N - 2 K - 1}, s2 = \frac{(3 N - 1) t}{(3 K + 1) N - 2 K - 1}, e1 = \frac{((3 K + 2) N - 3 K - 2) t}{(3 K + 1) N - 2 K - 1}, e2 = \frac{(3 K N - K) t}{(3 K + 1) N - 2 K - 1}]]
```

Obtenemos el precio que fijan las TOs del puerto 1 : $s_1 = \frac{t(3K+2)}{3KN-2K+N-1}$ (19a)

Obtenemos el precio que fijan las TOs del Puerto 2 : $s_2 = \frac{t(3N-1)}{3KN-2K+N-1}$ (19b)

Obtenemos la tarifa de navegación que fija la AP 1: $e_1 = \frac{t(3NK+2N-2-3K)}{3KN-2K+N-1}$ (20a)

Obtenemos la tarifa de navegación que fija la AP 2: $e_2 = \frac{tK(3N-1)}{3KN-2K+N-1}$ (20b)

Y sustituyendo estas expresiones en (14a) y en (b2), obtenemos la cantidad de equilibrio de cada TO en cada puerto:

$$q_{1,j}^* = \frac{1}{2} * \frac{a(3K+2)}{3KN-2K+N-1} \quad (21a), \quad q_{2,j}^* = \frac{1}{2} * \frac{3N-1}{3KN-2K+N-1} \quad (21b).$$

Multiplicando (21a) por $N-1$ y (21b) por K , obtenemos la demanda total de cada puerto:

$$D_1^* = \frac{1}{2} * \frac{(N-1)a(3K+2)}{3KN-2K+N-1} \quad (22a), \quad D_2^* = \frac{1}{2} * \frac{K(3N-1)}{3KN-2K+N-1} \quad (22b)$$

Para obtener los beneficios de las TOs multiplicamos (21a) por (19a) en el caso del Puerto 1, y (21b) y (19b) en el caso de Puerto 2.

$$\pi_{1,j}^{sp} = \frac{1}{2} * \frac{at(3K+2)^2}{(3KN-2K+N-1)^2} \quad (23a), \quad \pi_{2,j}^{sp} = \frac{1}{2} * \frac{tK(3N-1)^2}{(3KN-2K+N-1)^2} \quad (23b)$$

Y los beneficios de las Autoridades Portuarias, en el Puerto1 multiplicamos (22a) por (20a) y en el 2, (22b) por (20b):

$$\pi_1^{pa} = \frac{1}{2} * \frac{ta(3NK+2N-2-3K)^2}{(3KN-2K+N-1)^2} \quad (24a), \quad \pi_2^{pa} = \frac{1}{2} * \frac{t(3N-1)^2K^2}{(3KN-2K+N-1)^2} \quad (24b)$$